

Vedecká rada Fakulty matematiky, fyziky a informatiky
Univerzity Komenského v Bratislave

RNDr. Michal Sečanský

Autoreferát dizertačnej práce

Statické a dynamické vlastnosti rôznych mezónov a
deuterónu

na získanie vedecko–akademickej hodnosti

philosophiae doctor

v odbore doktorandského štúdia

11-24-9 jadrová a subjadrová fyzika

Bratislava 2009

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na Oddelení teoretickej fyziky Fyzikálneho ústavu Slovenskej akadémie vied, Bratislava.

Predkladateľ: RNDr. Michal Sečanský
Fyzikálny Ústav SAV
Dúbravská cesta 9
845 11 Bratislava

Školiteľ: RNDr. Stanislav Dubnička, DrSc.
Fyzikálny Ústav SAV
Dúbravská cesta 9
845 11 Bratislava

Oponenti: Doc. RNDr. Michal Hnatič, DrSc.
Ústav experimentálnej fyziky SAV
Watsonova 47
042 53 Košice

Doc. RNDr. Fedor Šimkovic, CSc.
Katedra jadrovej fyziky a biofyziky
FMFI UK
Mlynská dolina F2
842 48 Bratislava

RNDr. Ján Nemčík, CSc.
Ústav experimentálnej fyziky SAV
Watsonova 47
042 53 Košice

Autoreferát bol rozoslaný dňa 9. 11. 2009

Obhajoba dizertačnej práce sa uskutoční dňa 16.12.2009 o 13:00 hod. na Fyzikálnom Ústave SAV, Dúbravská cesta 9, 845 11 Bratislava, v miestnosti č.295., pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce doktorandského štúdia vymenovanou dňa 6.11.2009 predsedom spoločnej odborovej komisie vo vednom odbore 11-24-9 Jadrová a subjadrová fyzika

Predseda spoločnej odborovej komisie:
prof. RNDr. Jozef Masarik, DrSc.
Katedra jadrovej fyziky a biofyziky
FMFI UK
Mlynská dolina F2
842 48 Bratislava

Obsah

Úvod	2
1 Ciele dizertačnej práce	3
2 Teória a metódy	3
2.1 Elmag. štruktúra hadrónov - Formfaktory	3
2.2 Nambu-Jona-Lasiniov Model	4
3 Dosiiahnuté výsledky dizertačnej práce	4
3.1 Analýza polarizovateľností π^0 mezónu	4
3.2 Deuterón-protónové sumačné pravidlo	8
3.3 Rozpad $\phi \rightarrow f_0(980)\gamma$ a proces $e^+e^- \rightarrow \phi f_0(980)$	9
3.4 QED radiačné korekcie k rozpadu $\pi^0 \rightarrow e^+e^-$	12
4 Literatúra	14
5 Zoznam publikácií a citácií	15
5.1 Práce, ktoré tvoria súčasť dizertačnej práce	15
5.2 Ostatné práce	15
5.3 Príspevky na konferenciách	16
Summary	17

Úvod

V súčasnosti vieme, že všetky jadrá sú zložené z hadrónov a tie sú zložené z kvarkov a gluónov. Teda hadróny nie sú bodové, ale majú nejakú vnútornú štruktúru. Tú prvýkrát pozoroval Hofstadter [1] v päťdesiatych rokoch minulého storočia v pružných zrážkach s elektrónmi, preto hovoríme o elektromagnetickej (EM) štruktúre. Táto korekcia nebodovosti hadrónov sa dá parametrizovať pomocou skalárnych funkcií $F_i(t)$ nazývaných elektromagnetické formfaktory. V závislosti od toho aký spin má častica, máme jeden pre skalárnu, dva pre časticu so spinom 1/2 a tri pre vektorovú časticu. Formfaktory, diferenciálne účinné prierezy a totálne účinné prierezy sa nazývajú dynamickými charakteristikami hadrónov.

O vnútornej štruktúre hadrónu nám hovorí aj elektrická α_h a magnetická β_h polarizovateľnosť hadrónu. V klasickej fyzike je to reakcia na vonkajšie elektrické a magnetické pole. Na kvantovej úrovni ide o dvojfotónovú výmenu. EM polarizovateľnosti, hmotnosť, šírka rozpadu, elektrický náboj, magnetický moment sú statické charakteristiky hadrónov.

Predkladaná dizertačná práca sa venuje vyššie spomenutým dynamickým a statickým charakteristikám rôznych mezónov a deuterónu.

Prvá časť je venovaná práve spomenutým EM polarizovateľnostiam piónu, ich súčasným teoretickým a experimentálnym predpovediam. Druhá je venovaná určeniu súčtu a rozdielu EM polarizovateľností neutrálneho piónu pomocou jednoznačného určenia parametrov σ mezónu v rámci piónového skalárneho formfaktora a výpočtom rozpadu σ mezónu na dva fotóny.

Tretia sa zaoberá odvodením nového deuterón-protónového sumačného pravidla a určeniu stredného kvadratického polomeru deuterónu.

Vo štvrtej sa počíta šírka rozpadu $\phi \rightarrow f_0(980)\gamma$ a totálny účinný prierez $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \phi f_0(980)$ pomocou Nambu-Jona-Lasinio modelu.

Piata sa venuje radiačným korekciám k procesu $\pi^0 \rightarrow e^+e^-$.

Výsledky predkladanej dizertačnej práce sú opublikované v piatich renomovaných medzinárodných vedeckých časopisoch.

Tieto boli prezentované aj na medzinárodných konferenciách Hadron Structure'04 v Smoleniciach a Hadron Structure'07 v Modre.

1 Ciele dizertačnej práce

Pri stanovení cieľov dizertačnej práce sme vychádzali zo súčasného stavu skúmanej problematiky. Napriek dlhoročnému záujmu expertov k otázke vyhodnotenia EM polarizovateľností neutrálneho piónu, problém nie je uzatvorený a nové spresňujúce experimenty si žiadajú stále nové a presnejšie teoretické vyhodnotenia. Taktiež určenia rádiusu deuterónu ako aj určenia totálneho účinného prierezu $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \phi f_0(980)$ a procesu $\pi^0 \rightarrow e^+e^-$, ktoré sa stali cieľmi predkladanej dizertačnej práce.

Ciele dizertačnej práce je možné zhrnúť do nasledujúcich bodov:

- Vyriešiť problém EM polarizovateľností neutrálneho piónu
- Určiť rádius deuterónu pomocou sumačných pravidiel
- Predpovedať správanie totálneho účinného prierezu $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \phi f_0(980)$ pre experimentálne merania
- Rozriešiť problém nezrovnalosti teoretických výpočtov procesu rozpadu $\pi^0 \rightarrow e^+e^-$ s experimentálnymi výsledkami

2 Teória a metódy

2.1 Elmag. štruktúra hadrónov - Formfaktory

Elastický rozptyl elektrónu na hadróne $e^-h \rightarrow e^-h$ a anihilácia $e^+e^- \rightarrow h\bar{h}$ sú najbežnejšie procesy, kde je možné pozorovať elmag. štruktúru hadrónov. Maticové elementy elektromagnetického prúdu hadrónov je možné vyjadriť pomocou elektromagnetických formfaktorov nasledovne

$$\langle h | J_\mu^{EM} | h \rangle = \sum_i R_\mu^i F_i(t), \quad (1)$$

$$\langle h\bar{h} | J_\mu^{EM} | 0 \rangle = \sum_i X_\mu^i F_i(t), \quad (2)$$

kde R_μ^i, X_μ^i je maximálny počet lineárne nezávislých relativistických kovektorov, skonštruovaných zo štvorhybností a spinových parametrov hadrónu h . Skalárne funkcie $F_i(t)$ sú elektromagnetické formfaktory uvažovaného hadrónu. Ich počet závisí od spinu hadrónu. Formfaktory a tiež účinné prierezy sa nazývajú dynamické charakteristiky hadrónu. V okolí $t = 0$ sa definuje stredný kvadratický polomer hadrónu

$$\langle r^2 \rangle = 6 \frac{dF(t)}{dt} \Big|_{t=0}, \quad (3)$$

Ten spolu s EM polarizovateľnosťami, hmotnosťou, šírkou rozpadu, elektrickým nábojom a magnetickým momentom patrí medzi statické charakteristiky hadrónov. Elektrická α_h a magnetická β_h polarizovateľnosť hadrónu v klasickej fyzike sú dôsledkom reakcie systému na vonkjašie elektrické \vec{E} a magnetické \vec{H} pole. Pričom sa

nabité častice deformujú a vytvoria dipól \vec{d} , ktorý je priamoúmerný vonkajšiemu poľu

$$\vec{d} = 4\pi\alpha_h\vec{E}, \quad (4)$$

a konštanta úmernosti α_h sa nazýva elektrická polarizovateľnosť hadrónu. Analogicky sa definuje magnetická polarizovateľnosť β_h hadrónu

$$\vec{m} = 4\pi\beta_h\vec{H}. \quad (5)$$

Na kvantovej úrovni ich možno pozorovať pri Comptonovom rozptyle.

2.2 Nambu-Jona-Lasiniov Model

Tento model sa zaoberá interakciou kvarkov a hadrónov pri nízkych energiách. Konštrukcia tohto modelu bola inšpirovaná BCS teóriou supravodivosti. Vychádza zo štvor-fermiónového interakčného modelu s chirálnou symetriou

$$\mathcal{L}(q, \bar{q}) = i\bar{q}\not{\partial}q + \frac{G_1}{2}[(\bar{q}\lambda^\alpha q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\lambda^\alpha q)^2] - \frac{G_2}{2}[(\bar{q}\gamma_\mu\lambda^\alpha q)^2 + (\bar{q}\gamma_5\gamma_\mu\lambda^\alpha q)^2], \quad (6)$$

v ktorej sú fermióny nehmotné a hmotnosť získavajú po narušení chirálnej symetrie.

Definujme generujúci funkcionál s lagranžiánom (6) a vonkajšími zdrojmi J, \bar{J}

$$Z(J, \bar{J}) = \frac{1}{N} \int \mathcal{D}q\mathcal{D}\bar{q} \exp\{i \int d^4x [\mathcal{L}(q, \bar{q}) + \bar{J}q + \bar{q}J]\}. \quad (7)$$

Použitím Gaussovho integrálu

$$\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx = 1, \quad (8)$$

kde namiesto x sú nahradené polia σ, π a ϕ , môžeme odvodiť Nambu-Jona-Lasiniov interakčný lagranžián medzi kvarkami a napríklad mezónmi π, σ, ϕ

$$\mathcal{L}_{int} = \bar{q} \left\{ g_\sigma \sigma + i\gamma_5 g_\pi + \frac{g_\phi}{2} \gamma_\nu \lambda_s \phi^\nu \right\} q. \quad (9)$$

3 Dosiahnuté výsledky dizertačnej práce

3.1 Analýza polarizovateľností π^0 mezónu

V práci [2] autori skúmali Comptonov rozptyl na nabitých piónoch a proces $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ pomocou disperzných vzťahov pri fixovanom t a získali tri rôzne hodnoty parametrov σ mezónu a širok rozpadu na dva fotóny, ktoré v analýze dávajú tri rôzne kombinácie $(\alpha + \beta)_{\pi^0}, (\alpha - \beta)_{\pi^0}$ ako sú uvedené v (Tab. 1).

My sme sa pokúsili [3] túto nejednoznačnosť eliminovať jednoznačným určením m_σ, Γ_σ pomocou skalárneho piónového formfaktora a vypočítaním $\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma}$ v rámci Nambu-Jona-Lasinio modelu.

Skalárny formfaktor piónu $\Gamma_\pi(t)$ je definovaný vzťahom

$$\langle \pi^i(p_2) | \hat{m}(\bar{u}u + \bar{d}d) | \pi^j(p_1) \rangle = \delta^{ij} \Gamma_\pi(t). \quad (10)$$

Tab. 1: Voľné parametre σ mezónu

	$m_\sigma(MeV)$	$\Gamma_\sigma(MeV)$	$\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma}(keV)$	$(\alpha + \beta)_{\pi^0}$	$(\alpha - \beta)_{\pi^0}$
a)	547 ± 45	1204 ± 362	0.62 ± 0.19	0.98 ± 0.03	-1.6 ± 2.2
b)	471 ± 23	706 ± 164	0.33 ± 0.07	1.15 ± 0.30	-1.9 ± 0.2
c)	584 ± 32	1378 ± 277	0.83 ± 0.16	1.00 ± 0.05	-0.6 ± 1.8

Formfaktor $\Gamma_\pi(t)$ je analytickou funkciou v celej komplexnej rovine t , okrem rezu na kladnej reálnej osi od $t = 4m_\pi^2$. Pre reálne hodnoty $t < 4m_\pi^2$, je $\Gamma_\pi(t)$ reálnou funkciou. Toto implikuje podmienku reálnosti

$$\Gamma_\pi^*(t) = \Gamma_\pi(t^*), \quad (11)$$

ktorá nám hovorí, že hodnoty formfaktora $\Gamma_\pi(t)$ nad a pod rezom sú vzájomne komplexne združené. Pre hodnotu $t = 0$, je $\Gamma_\pi(t)$ totožné s pión-nukleónovým sigma-členom, ale v ďalšom my $\Gamma_\pi(t)$ normujeme vhodne na jednotku

$$\Gamma_\pi(0) = 1. \quad (12)$$

Na hornom brehu rezu v pružnej oblasti, ktorá fenomenologickou analýzou v $\pi\pi$ rozptyle bola potvrdená v intervale $4m_\pi^2 \leq t \leq 1GeV^2$, platí pružná podmienka unitarity

$$Im\Gamma_\pi(t) = e^{i\delta_0^0} \sin \delta_0^0 \Gamma_\pi^*(t), \quad (13)$$

odtiaľ vyplýva, že S-vlnová izoskalárna fáza rozptylu δ_0^0 je identická s fázou skalárneho piónového formfaktora δ_π . Práve táto vlastnosť bola využitá spolu s experimentálnymi údajmi o δ_0^0 na predpoveď správania sa $\Gamma_\pi(t)$ a následne na identifikáciu σ -mezónových pólov na II. liste Riemannovej plochy v t -premennej. Asymptotické správanie piónového skalárneho formfaktora je

$$\Gamma_\pi(t) \sim_{|t| \rightarrow \infty} \frac{1}{t}. \quad (14)$$

Pomocou analytického predĺženia podmienky unitarity sa dá ukázať, že najnižší bod vetvenia na reze je odmocninového typu a použijúc konformné zobrazenie

$$q = [(t - 4m_\pi^2)/4]^{1/2} \quad (15)$$

sa dvojité Riemannova plocha formfaktora $\Gamma_\pi(t)$ zobrazí do jednej roviny q a pružný rez zmizne. Zanedbajúc všetky vyššie body vetvenia, $\Gamma_\pi(q)$ má len póly a nulové body v q -rovine a všeobecne môže byť skalárny formfaktor piónu reprezentovaný v tvare aproximácie Padého typu

$$\Gamma_\pi(t) = \frac{\sum_{n=0}^M a_n q^n}{\prod_{i=1}^N (q - q_i)}. \quad (16)$$

Každé $\Gamma_\pi(t)$ je reálna analytická funkcia, koeficienty a_n s n párnymi (nepárnymi) sú reálne (čisto imaginárne) a póly q_i môžu byť na imaginárnej osi alebo vždy ako dva symetrické body s ohľadom na imaginárnu os.

Tab. 2: Koefficienty polynómu

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	χ^2	χ^2/ndf
1.	0.31737	-0.11279	0.15783	-	-	-	101	1.6
2.	0.31737	0.38323	0.21093	-0.056202	-	-	97	1.56
3.	0.24875	0.12608	0.20096	-0.027166	-0.015037	-	86	1.409
4.	0.26218	0.058832	0.14748	-0.030127	-0.014064	0.001217	85.8	1.426

Ak vynásobíme čitateľa aj menovateľa vo výraze (16) komplexne združeným menovateľom, nový menovateľ je čisto reálny a fáza skalárneho piónového formfaktora $\Gamma_\pi(t)$ je daná pomerom imaginárnej časti k reálnej nového čitateľa

$$\tan \delta_\pi(t) = \frac{Im[\prod_{i=1}^N (q - q_i)^* \sum_{n=0}^M a_n q^n]}{Re[\prod_{i=1}^N (q - q_i)^* \sum_{n=0}^M a_n q^n]}. \quad (17)$$

Teraz využijúc identitu $\delta_\pi(t) \equiv \delta_0^0(t)$ a prahové správanie δ_0^0 nachádzame

$$\tan \delta_0^0(t) = \frac{A_1 q + A_3 q^3 + A_5 q^5 + A_7 q^7 + \dots}{1 + A_2 q^2 + A_4 q^4 + A_6 q^6 + \dots} \quad (18)$$

alebo

$$\delta_0^0(t) = \frac{1}{2i} \ln \frac{(1 + A_2 q^2 + A_4 q^4 + \dots) + i(A_1 q + A_3 q^3 + A_5 q^5 + \dots)}{(1 + A_2 q^2 + A_4 q^4 + \dots) - i(A_1 q + A_3 q^3 + A_5 q^5 + \dots)}, \quad (19)$$

kde A_1, A_2, A_3, \dots sú nové a všetky reálne koefficienty.

Ak prevedieme postupne fit existujúcich exp. údajov takou parametrizáciou, prichádzame k záveru, že stačí 5 najnižších koefficientov (Tab. 2) a vtedy

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \delta_0^0(t) = \frac{\pi}{2} \quad (20)$$

a disperzný vzťah pre $\Gamma_\pi(t)$ musí obsahovať jednu subtrakciu

$$\Gamma_\pi(t) = 1 + \frac{t}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{Im \Gamma_\pi(t')}{t'(t' - t)} dt', \quad (21)$$

z ktorého po dosadení pružnej podmienky unitarity plynie nasledujúca fázová reprezentácia formfaktora

$$\Gamma_\pi(t) = P_n(t) \exp \left[\frac{t}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\delta_0^0(t')}{t'(t' - t)} dt' \right]. \quad (22)$$

Dosadením výrazu δ_0^0 s nájdenými 5-timi koefficientami a využijúc vlastnosť párnosti funkcie pod integrálom môžeme odpovedajúci integrál zapísať v tvare

$$\frac{q^2 + m_\pi^2}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q' \ln \frac{(q' - q_1)(q' - q_2)(q' - q_3)(q' - q_4)(q' - q_5)}{(q' - q_1^*)(q' - q_2^*)(q' - q_3^*)(q' - q_4^*)(q' - q_5^*)}}{(q'^2 + m_\pi^2)(q'^2 - q^2)} dq', \quad (23)$$

Tab. 3: Korene čitateľa a menovateľa

q_1	$-3.64061 + 0.998237i$	q_1^*	$-3.64061 - 0.998237i$
q_2	$-1.36100 + 0.825791i$	q_2^*	$-1.36100 - 0.825791i$
q_3	$-1.84145i$	q_3^*	$1.84145i$
q_4	$1.36100 + 0.825791i$	q_4^*	$1.36100 - 0.825791i$
q_5	$3.64061 + 0.998237i$	q_5^*	$3.64061 - 0.998237i$

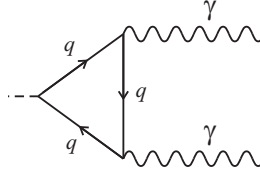
ktorý cez metódu výpočtu pomocou teórie reziduí vedie k

$$\Gamma_\pi(t) = P_n(t) \frac{(q - q_1)}{(q - q_2^*)(q - q_3^*)(q - q_4^*)(q - q_5^*)} \frac{(i - q_2^*)(i - q_3^*)(i - q_4^*)(i - q_5^*)}{(i - q_1)}, \quad (24)$$

pričom korene q_i a q_i^* , $i = 1, \dots, 5$ sú dané v Tab.3. Vyšetrujúc póly $\Gamma_\pi(t)$ prichádzame k záveru, že práve q_2^* a q_4^* odpovedajú σ -mezónu. Transformujúc ich do t -roviny, kde $t_\sigma = (m_\sigma - i\frac{\Gamma_\sigma}{2})^2$, sme našli parametre σ -mezónu

$$m_\sigma = 456 \text{ MeV}, \quad \Gamma_\sigma = 387 \text{ MeV}, \quad (25)$$

jednoznačne určujúce v Tab.1 **b**) riešenie pre polarizovateľnosti π^0 -mezónu ako naj-správnejšie.



Obr. 1: Rozpad $M \rightarrow \gamma\gamma$; $M = \pi^0, \sigma$

Iným kritériom riešenia problému s tromi rôznymi súbormi $(\alpha + \beta)_{\pi^0}$ a $(\alpha - \beta)_{\pi^0}$ v [2] je výpočet šírky rozpadu σ -mezónu na 2γ cez kvarkovú slučku (Obr. 1) v rámci Nambu-Jona-Lasinio modelu. Maticový element uvažovaného rozpadu po výpočte stopy je

$$iM(\sigma \rightarrow \gamma\gamma) = \varepsilon_\mu^*(k_1)\varepsilon_\nu^*(k_2)(g^{\mu\nu}k_1k_2 - k_1^\mu k_2^\nu) \frac{\alpha g_\sigma}{\pi m_q} K(m_\sigma/m_q) \quad (26)$$

a teda šírka rozpadu má tvar

$$\Gamma(\sigma \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\alpha^2 m_\sigma^3 g_\sigma^2}{64\pi^3 m_q^2} K^2(m_\sigma/m_q) \quad (27)$$

kde

$$K(m_\sigma/m_q) = 2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1 - 4xy}{1 - (m_\sigma/m_q)^2 xy}. \quad (28)$$

Po výpočte integrálu $K(m_\sigma/m_q)$ pre tri rôzne hmotnosti σ -mezónu, opäť prichádzame k záveru (pozri Tab 4), že riešenie **b**) v (Tab. 1) pre polarizovateľnosti π^0 mezónou je najoptimálnejšie.

Tab. 4: Teoretické výsledky pre šírku rozpadu $\sigma \rightarrow \gamma\gamma$

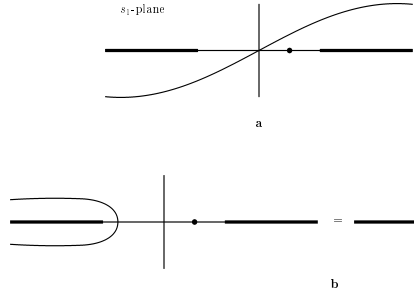
$m_\sigma (MeV)$	$\Gamma_{\sigma \rightarrow \gamma\gamma} (keV)$
547	0.46675
471	0.2247
584	0.7376

3.2 Deuterón-protónové sumačné pravidlo

Analogicky s prípadom protón-neutrónového sumačného pravidla [4] aj deuterón-protónové sumačné pravidlo [5] sa odvádza najskôr vyšetrením analytických vlastností retardovanej Comptonovej amplitúdy $\tilde{A}^h(s_1, \vec{q})$ v jej energetickej s_1 -rovine, potom definujúc integrál J po špeciálnej dráhe C prechádzajúcej z dolnej polroviny cez počiatok súradnicového systému do hornej roviny pozdĺž rezov

$$J = \int_C ds_1 \frac{p_1^\mu p_1^\nu}{s_1^2} [\tilde{A}_{\mu\nu}^h(s_1, \vec{q}) - \tilde{A}_{\mu\nu}^{h'}(s_1, \vec{q})] \quad (29)$$

z kalibračne invariantnej projekcie na svetelnom kónuse $p_1^\mu p_1^\nu \tilde{A}_{\mu\nu}^h(s_1, \vec{q})$ z amplitúdy



Obr. 2:

$\tilde{A}^h(s_1, \vec{q})$ a uzavrúc dráhu C raz v hornej polrovine a potom v dolnej polrovine s_1 dostáva sa nasledujúce sumačné pravidlo

$$\pi(Res^{h'} - Res^h) = \bar{q}^2 \int_{r.h}^{\infty} \frac{ds_1}{s_1^2} [Im\tilde{A}^h(s_1, \vec{q}) - Im\tilde{A}^{h'}(s_1, \vec{q})] \quad (30)$$

a príspevky od ľavých rezov sa predpokladajú, že sa vzájomne anulujú. Len keďže deuterón nemá žiadneho blízkeho partnera s hmotnosťou, uvažujeme dvojnásobok protónovej amplitúdy. Potom predchádzajúce sumačné pravidlo, konkrétne pre deuterón-2x protón, má tvar

$$\pi(Res^d - Res^{2p}) = \bar{q}^2 \int_{r.h}^{\infty} \frac{ds_1}{s_1^2} [Im\tilde{A}^{2p}(s_1, \vec{q}) - Im\tilde{A}^d(s_1, \vec{q})], \quad (31)$$

a výpočtom reziduí dostávame dynamické deuterón-protónové sumačné pravidlo

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1}{3} \left\{ [2G_1^2(-\bar{q}^2) + [G_1(-\bar{q}^2) + 2\eta_d(1 + \eta_d)G_3(-\bar{q}^2)]^2 + 2\eta_d G_2^2(-\bar{q}^2)] \right\} - \\ & - 2[F_{1P}^2(-\bar{q}^2) - F_{1P}^2(0)] + \eta_d F_{2P}^2(-\bar{q}^2) \\ & = \frac{2}{\pi\alpha^2} (\bar{q}^2)^2 \left(\frac{d\sigma^{ed \rightarrow eX}(s, \vec{q})}{d\bar{q}^2} - 2 \frac{d\sigma^{ep \rightarrow eX}(s, \vec{q})}{d\bar{q}^2} \right), \quad \eta_i = \frac{\bar{q}^2}{4m_i^2}, i = d, p, \end{aligned} \quad (32)$$

ktoré keď zderivujeme pre $\vec{q}^2 \rightarrow 0$ a prechodom do laboratórnej sústavy $s_1 = 2m_h\omega$, dostávame statické deuterón-protónové sumačné pravidlo

$$\frac{1}{3} \langle r_d^2 \rangle - \frac{G_3(0)}{3m_d^2} - \frac{1}{6m_d^2} G_2(0)^2 - 2 \left[\frac{1}{3} \langle r_{1p}^2 \rangle - \frac{1}{4m_p^2} \kappa_p^2 \right] = \frac{2}{\pi^2 \alpha} \int_{\omega_{thr}}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} [\sigma_{tot}^{\gamma d \rightarrow X}(\omega) - 2\sigma_{tot}^{\gamma p \rightarrow X}(\omega)], \quad (33)$$

kde ω_{thr} pre deuterón a protón je rôzna $(\omega_{thr})_d = 2.2 MeV$ a $(\omega_{thr})_p = m_\pi + \frac{m_\pi^2}{2m_p} \approx 140 MeV$.

Použitím dát pre γp a γd [6] a parametrizácie z [7] prichádzame k pravej strane (33) v tvare

$$\frac{2}{\pi^2 \alpha} \left\{ \int_{0.020}^{0.260} \frac{d\omega}{\omega} \sigma_{tot}^{\gamma d \rightarrow X}(\omega) + \int_{0.260}^{16} \frac{d\omega}{\omega} \left[\sigma_{tot}^{\gamma d \rightarrow X}(\omega) - 2\sigma_{tot}^{\gamma p \rightarrow X}(\omega) \right] \right\} = 0.8583 fm^2 = 8.5834 mb \quad (34)$$

a s pomocou ostatných veličín $G_2(0) = -\frac{m_d}{m_p} \mu_d$; $\mu_d = 0.857$ a $2G_3(0) = 1 + G_2(0) - m_d^2 Q_d$; $Q_d = 0.2859 fm^2$, môžeme určiť stredný-nábojový polomer deuterónu

$$\langle r_d \rangle \approx 1.94 fm,$$

ktorý je v dobrom súlade s predpoveďou disperzných vzťahov [8], $\langle r_d \rangle \sim 2 fm$.

3.3 Rozpad $\phi \rightarrow f_0(980)\gamma$ a proces $e^+e^- \rightarrow \phi f_0(980)$

Vychádzajúc z Nambu-Jona-Lasinio modelu interakcia medzi kvarkami a K, ϕ mezónmi

$$\mathcal{L}_{int} = \bar{q} \left\{ g_{\sigma_u} \lambda_u \sigma_u + g_{\sigma_s} \lambda_s \sigma_s + i\gamma_5 g_K (\lambda_{K^+} K^+ + \lambda_{K^-} K^-) + \frac{g_\phi}{2} \gamma_\nu \lambda_s \phi^\nu \right\} q \quad (35)$$

pri výpočte rozpadu $\phi \rightarrow f_0(980)\gamma$ dávajú vklad aj kvarky aj kaóny [9], [10]. Použitím Feynmanových pravidiel a parametrov modelu dostávame amplitúdu pre s-kvarkový vklad

$$\begin{aligned} M_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(s)} &= C^{(s)} A_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(s)} (g^{\mu\nu} (p_1 p_2) - p_1^\nu p_2^\mu) e_\mu(p_1) e_\nu(p_2), \\ C^{(s)} &= \frac{e}{(4\pi)^2} g_\rho g_{\sigma_s} \cos \alpha, \\ A_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(s)} &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{8m_s (4xy - 1)}{m_s^2 - y(1-y)M_\phi^2 + xy(M_\phi^2 - M_{f_0}^2) + i\epsilon}. \end{aligned} \quad (36)$$

Potom s-kvark dáva príspevok k šírke rozpadu

$$\Gamma_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(s)} = \frac{1}{2^5 3\pi} \frac{(M_\phi^2 - M_{f_0}^2)^3}{M_\phi^3} \left| C^{(s)} \text{Re} \left(A_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(s)} \right) \right|^2 = 6.75 \text{ eV}. \quad (37)$$

Podobne pre vklad kaónov dostávame

$$\begin{aligned}
M_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(K)} &= C^{(K)} A_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(K)} (g^{\mu\nu} (p_1 p_2) - p_1^\nu p_2^\mu) e_\mu(p_1) e_\nu(p_2), \\
C^{(K)} &= \frac{e}{(4\pi)^2} \frac{g_\rho}{\sqrt{2}} g_{f_0 K^+ K^-}, \\
A_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(K)} &= \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{8(4xy)}{M_K^2 - y(1-y)M_\phi^2 + xy(M_\phi^2 - M_{f_0}^2) + i\epsilon}
\end{aligned} \tag{38}$$

a K -mezónový vklad do šírky rozpadu $\phi \rightarrow f_0 \gamma$ je

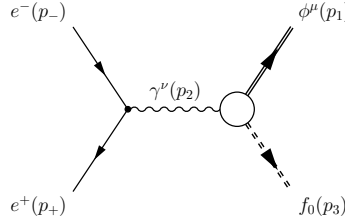
$$\Gamma_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(K)} = \frac{1}{2^5 3\pi} \frac{(M_\phi^2 - M_{f_0}^2)^3}{M_\phi^3} \left| C^{(K)} A_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(K)} \right|^2. \tag{39}$$

V závislosti od hmotnosti f_0 -mezónu $M_{f_0} = 980 \pm 10$ MeV v rozsahu 970 MeV $\leq M_{f_0} \leq 990$ MeV predpovedáme šírku rozpadu 2.39 KeV $\geq \Gamma_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(K)} \geq 0.66$ KeV. Ak berieme do úvahy aj vklad s-kvarku, výsledok sa iba málo zmení

$$\Gamma_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(K+s)} \approx 0.65 \text{ KeV} \tag{40}$$

a teda vklad K -mezónových slučiek je dominantný. Pre porovnanie experimentálna hodnota je $\Gamma_{\phi \rightarrow f_0 \gamma}^{(exp)} = 0.47 \pm 0.03$ KeV [11], vidíme, že naša predpoveď približne súhlasí s experimentom pre $M_{f_0} = 990$ MeV.

V ďalšej časti sa venujeme predpovedi totálneho účinného prierezu procesu $e^+ e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \phi f_0(980)$ (viď. Obr. 3) pre experiment v Pekingu. Amplitúda daného procesu $e^+ e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \phi f_0(980)$ má tvar



Obr. 3: Feynmanov diagram procesu $e^+ e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \phi f_0(980)$.

$$\begin{aligned}
M(e^+(p_+) e^-(p_-) \rightarrow \gamma^*(p_2) \rightarrow \phi(p_1) f_0(p_3)) &= \\
&= \frac{4\pi\alpha}{s} J_\mu^{QED} e_\nu(p_2) \sum_{i=s,K} \frac{C^{(i)}}{2^4 \pi^2} \left(A_{(i)} R_{(1)}^{\mu\nu} + B_{(i)} R_{(2)}^{\mu\nu} \right). \tag{41}
\end{aligned}$$

Ďalej sumovaním cez polarizačné stavy kvadrátu amplitúdy (41) dostávame

$$\sum_{pol} |M|^2 = \frac{8\pi\alpha}{s} \left\{ \frac{s_1^2}{4} |A|^2 - \frac{1}{2} \left(|A - \tilde{B}|^2 s - |\tilde{B}|^2 \frac{s_1^2}{4M_\phi^2} \right) (E_\phi^2 (1 - \beta_\phi^2 c^2) - M_\phi^2) \right\} \tag{42}$$

kde $s_1 = 2(p_1 p_2) = s + M_\phi^2 - M_{f_0}^2$, $\tilde{B} = B(4sM_\phi^2/s_1^2)$, $E_\phi = (s + M_\phi^2 - M_{f_0}^2) / (2\sqrt{s})$ je cms energia ϕ -mezónu, $c = \cos \theta = \cos(\vec{p}_-, \vec{p}_1)$ je kosínus uhla výletu ϕ -mezónu,

a $\beta_\phi = \sqrt{\lambda(s, M_\phi^2, M_{f_0}^2)} / (s + M_\phi^2 - M_{f_0}^2)$ je rýchlosť ϕ -mezónu, ($\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$). Veličiny A a B v (42) sú zložené z kvarkového a kaónového vkladu

$$\begin{aligned} A &= C_{(q)}A_{(q)} + C_{(K)}A_{(K)}, \\ B &= C_{(q)}B_{(q)} + C_{(K)}B_{(K)}. \end{aligned}$$

Fázový objem v CMS je

$$d\Gamma_2 = \frac{d^3p_1}{2E_\phi} \frac{d^3p_3}{2E_{f_0}} \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^6} \delta^4(p_+ + p_- - p_1 - p_3) = \frac{\sqrt{\lambda(s, M_\phi^2, M_{f_0}^2)}}{16\pi s} dc. \quad (43)$$

Takže pre diferenciálny účinný prierez dostávame

$$\frac{d\sigma^{e^+e^- \rightarrow \phi f_0}}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha^2}{s} (D(s) + E(s) \cos^2\theta), \quad (44)$$

kde

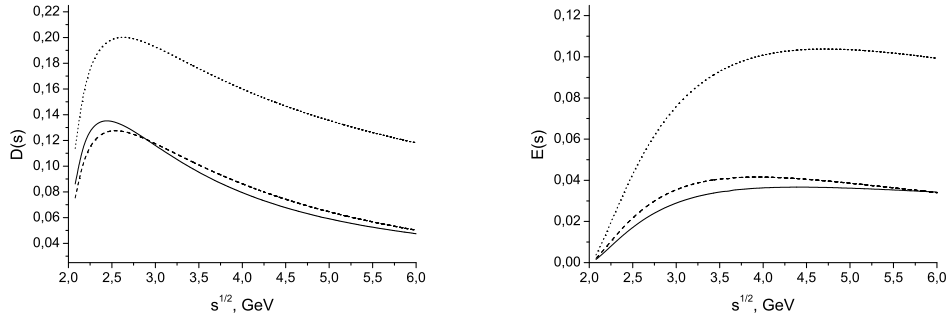
$$D(s) = \frac{4\pi\sqrt{\lambda(s, M_\phi^2, M_{f_0}^2)}}{2^7\pi s^2\alpha} \left\{ s_1^2 |A|^2 - 2 \left(|A - \tilde{B}|^2 s - |\tilde{B}|^2 \frac{s_1^2}{4M_\phi^2} \right) (E_\phi^2 - M_\phi^2) \right\}, \quad (45)$$

$$E(s) = \frac{4\pi\sqrt{\lambda(s, M_\phi^2, M_{f_0}^2)}}{2^7\pi s^2\alpha} 2\beta_\phi^2 E_\phi^2 \left(|A - \tilde{B}|^2 s - |\tilde{B}|^2 \frac{s_1^2}{4M_\phi^2} \right). \quad (46)$$

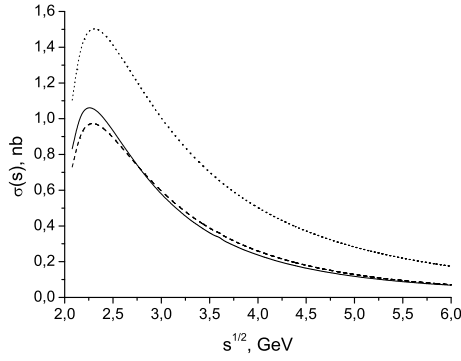
Potom pre totálny účinný prierez platí

$$\sigma(s) = \frac{2\alpha^2}{s} \left(D(s) + \frac{1}{3}E(s) \right). \quad (47)$$

Na Obr. 4 vidieť príspevky kvarkov a kaónov samostatne pre hodnoty $D(s)$ a $E(s)$. Na Obr. 5 sú tie isté príspevky pre totálny účinný prierez. V procese $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \phi f_0(980)$ oba príspevky sú toho istého rádu na rozdiel od rozpadu $\phi \rightarrow f_0\gamma$, kde príspevok kvarkovej slučky bol zanedbateľný.



Obr. 4: Funkcie $D(s)$ a $E(s)$ (viď. (46)), bodkovaná čiara je kvarkový príspevok, čiarkovaná je kaónový príspevok a plná je totálna hodnota pre $D(s)$ a $E(s)$.



Obr. 5: Totálny účinný prierez procesu $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \phi f_0(980)$ (viď (47)). Bodkovaná čiara je kvarkový príspevok, čiarkovaná je kaónový príspevok a plná je totálna hodnota pre účinný prierez.

3.4 QED radiačné korekcie k rozpadu $\pi^0 \rightarrow e^+e^-$

Hlavným motívom tejto práce bolo znovu prehodnotiť QED radiačné korekcie (RK) k rozpadu $\pi^0 \rightarrow e^+e^-$ [12] s nádejou, že nezrovnalosť s experimentom [13]

$$B_0^{\text{KTeV}}(\pi^0 \rightarrow e^+e^-) = (7.48 \pm 0.29 \pm 0.25) \times 10^{-8} \quad (48)$$

a modelovo nezávislou teoretickou predpoveďou [14]

$$B_0^{\text{Theor}}(\pi^0 \rightarrow e^+e^-) = (6.2 \pm 0.1) \times 10^{-8} \quad (49)$$

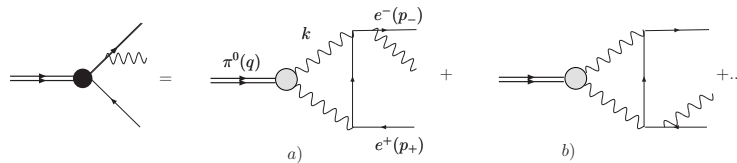
ktorá je 3.3σ pod KTeV výsledkom (48), bude vrámci Štandardného modelu (ŠM) odstránená.

Zamerali sme sa na prepočet príspevku od virtuálnych fotónov, ďalej od mäkkých a od tvrdých fotónov. Vklad virtuálnych fotónov dáva

$$\frac{R_{\text{virt}}}{R_0} = 1 + \delta_{\text{virt}}, \quad \delta_{\text{virt}} = \frac{\alpha}{\pi} \left[-\frac{13}{24}L^2 - 2(L-1) \ln \frac{m_e}{\lambda} + \frac{3}{4}L + \frac{\pi^2}{6} + 2 \right]. \quad (50)$$

ďalší mechanizmus spočíva v kreácii leptonového páru dvomi virtuálnymi fotónmi s emisiou reálneho fotónu buď elektrónom alebo pozitronom (viď. Obr. 6). Emisia mäkkého fotónu dáva vklad

$$\delta_{\text{soft}} = \frac{\alpha}{\pi} \left[2(L-1) \ln \frac{2\Delta\varepsilon}{m_\pi} + 2(L-1) \ln \frac{m_e}{\lambda} + \frac{1}{2}L^2 - \frac{\pi^2}{3} \right]. \quad (51)$$



Obr. 6: RK emisiou mäkkého fotónu.

Emisia tvrdého fotónu bola vyšetrovaná v [15], kde výsledok je

$$\delta_{\text{hard}} = \frac{\alpha}{\pi} \left[-2(L-1) \ln \frac{2\Delta\varepsilon}{m_\pi} - \frac{3}{2}(L-1) - \frac{\pi^2}{3} + \frac{7}{4} \right]. \quad (52)$$

Takže spojením vkladov emitovaného virtuálneho a reálneho fotónu je

$$\frac{R_\pi^{RC}}{R_0} = 1 + \alpha_{\text{virt}} + \alpha_{\text{soft}} + \alpha_{\text{hard}} = 1 - \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{1}{24}L^2 + \frac{3}{4}L - \frac{\pi^2}{2} + \frac{21}{4} \right] \approx 0.968. \quad (53)$$

Napriek tomu sa nám nepodarilo vyriešiť nezrovnalosť medzi teoretickou predpoveďou rozpadu (49) a experimentálnou hodnotou (48), preto zostáva priestor pre ďalšie experimentálne a teoretické výskumy.

Literatúra

- [1] R. Hofstadter, F. Bumiller, M.R. Yearian: Rev. Mod. Phys., **30**, 482 (1958)
- [2] L.V. Fil'kov, V.L. Kashevarov: Eur. Phys. J., **A5**, 285 (1999)
- [3] S. Dubnička, A.Z. Dubničková, M. Sečanský: Acta Phys. Slovaca., **55**, 25 (2005)
- [4] E. Bartoš, S. Dubnička, and E. A. Kuraev: Phys. Rev. D **70** 117901-1 (2004).
- [5] E. A. Kuraev, M. Sečanský, E. Tomasi-Gustafsson: Phys. Rev. D **73**, 125016-1 (2006).
- [6] S. Eidelman *et al.*: Phys. Lett. B **592** 1 (2004).
- [7] P. Rossi *et al.*: Phys. Rev. C **40** 2412 (1989).
- [8] T. Herrmann, R. Rosenfelder: Eur. Phys. J **A 2** 29 (1998).
- [9] Yu.M. Bystritskiy, M. K. Volkov, E. A. Kuraev, E. Bartoš, M. Sečanský: Phys. Rev. D **77**, 054008 (2008).
- [10] Yu.M. Bystritskiy, M. K. Volkov, E. A. Kuraev, E. Bartoš, M. Sečanský: Fizika. B **17**, 363 (2008).
- [11] KLOE, F. Ambrosino *et al.*, Eur. Phys. J. **C49**, 473 (2007).
- [12] A. E. Dorokhov, Yu.M. Bystritskiy, E. A. Kuraev, M. Sečanský: Eur. Phys. J. C **55**, 193 (2008)
- [13] E. Abouzaid *et al.* Phys. Rev. **D75**, 012004 (2007).
- [14] A. E. Dorokhov and M. A. Ivanov, Phys. Rev. **D75**, 114007 (2007).
- [15] L. Bergstrom, Z. Phys. **C20**, 135 (1983).

5 Zoznam publikácií a citácií

5.1 Práce, ktoré tvoria súčasť dizertačnej práce

- S. Dubnička, A.Z. Dubničková, **M. Sečanský**: *On the problem of evaluation of sum and difference of π^0 polarizabilities*, Acta Phys.Slov.55:25-30,2005
- E. A. Kuraev, **M. Sečanský**, E. Tomasi-Gustafsson : *High energy inelastic electron hadron scattering, in peripheral kinematics. Sum rules for hadron form-factors*, Phys.Rev.D73:125016,2006.
 - A.V. Berezhnoi, S.N. Koshkarev, A.V. Luchinsky: *Lepton pair production in muon scattering by nucleus*. arXiv:0709.0422 [hep-ph]
- Yu.M. Bystritskiy, M.K. Volkov, E. A. Kuraev, E. Bartoš, **M. Sečanský**: *The Decay $\phi \rightarrow f(0)(980)$ gamma and the process $e^+ e^- \rightarrow \phi f(0)(980)$.*, Phys. Rev. D77: 054008, 2008.
 - Hua-Xing Chen, Xiang Liu, Atsushi Hosaka, Shi-Lin Zhu : *The $Y(2175)$ State in the QCD Sum Rule.*, Phys.Rev.D78:034012,2008.
- Yu.M. Bystritskiy, M.K. Volkov, E. A. Kuraev, E. Bartoš, **M. Sečanský**: *Production of f_0 -meson in the process $e^+e^- \rightarrow \phi f_0$.*, Fizika B 17 (2008)
- A.E. Dorokhov, E. A. Kuraev, Yu.M. Bystritskiy, **M. Sečanský**: *QED radiative corrections to the decay $\pi^0 \rightarrow e^+ e^-$.*, Eur.Phys.J.C55:193-198,2008.
 - Qin Chang, Ya-Dong Yang: *Rare decay $\pi^0 \rightarrow e^+ e^-$ as a sensitive probe of light CP-odd Higgs in NMSSM.*, arXiv:0808.2933 [hep-ph]

5.2 Ostatné práce

- S. Dubnička, A.Z. Dubničková, E. Kuraev, **M. Sečanský**, A. Vinnikov: *Polarization transfer measurements of proton form-factors: Deformation by initial collinear photons*, hep-ph/0507242
 - C.F. Perdrisat, V. Punjabi, M. Vanderhaeghen: *Nucleon Electromagnetic Form Factors*. Prog.Part.Nucl.Phys.59:694-764,2007.
 - Egle Tomasi-Gustafsson: *On radiative corrections for unpolarized electron proton elastic scattering*. Phys.Part.Nucl.Lett.4:281-288,2007.
- E. Bartoš, S. Bakmaev, E. A. Kuraev, M.G. Shatnev, **M. Sečanský**: *2 gamma and 3 gamma annihilation as calibration processes for high energy $e^+ e^-$ colliders.*, JETP Lett.87:73-77,2008.
 - G. Balossini, C. Bignamini, C.M.Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini, F. Piccinini: *Photon pair production at flavour factories with per mille accuracy.*, Phys.Lett.B663:209-213,2008.

- Yu.M. Bystritskiy, E. A. Kuraev, M.K. Volkov, **M. Sečanský**: *Radiative decays of pseudoscalar (P) and vector (V) mesons and process $e^+ e^- \rightarrow PV$.*, arXiv:0804.3714 [hep-ph]
- E. Bartoš, E. A. Kuraev, **M. Sečanský**: *Radiative corrections to muon decay in leading and next to leading approximation for electron spectrum.*, arXiv:0811.4242 [hep-ph]
- E. Bartoš, Yu.M. Bystritskiy, E. A. Kuraev, **M. Sečanský**, M.K. Volkov: *Photoproduction of scalar and pseudoscalar mesons on a lepton within the local Nambu-Jona-Lasinio model.*, arXiv:0902.1384 [hep-ph]

5.3 Príspevky na konferenciách

- **To the problem of evaluation of sum and difference of π^0 polarizabilities**
S. Dubnička, A.Z. Dubničková, **M. Sečanský** *Proc. Hadron Structure Conf. '04, 30.August-3.Sept., 2004, Smolenice Castle, Slovak Republic, Eds.: S. Dubnicka, A. Z. Dubnickova, P. Strizenec, J. Urban, J. Vrbakova, P.J.Safarik Univerzity, Kosice(2005) p.*
- **Production of f_0 -meson in the process $e^+e^- \rightarrow \phi f_0$**
Yu.M. Bystritskiy, M.K. Volkov, E. A. Kuraev, E. Bartoš, **M. Sečanský** *Hadron Structure Conf. '07, 2007, Modra-Harmónia, Slovak Republic, Fyzika B 17, 363 (2008)*

Summary

The Dissertation is concerned of static and dynamic characteristics of various mesons and the deuteron, which are defined in the Introduction.

Special attention is payed to the electromagnetic polarizabilities of pions in the Chapter I and the Chapter II. While in the Chapter I is represented a review of present theoretical and experimental situation of the pion polarizabilities, in the Chapter II the problem of an ambiguous determination of the sum and the difference of the neutral pion polarizabilities is solved by the unambiguous determination of σ meson parameters with the help of the pion scalar form factor and the calculation and the two photon decay of σ meson in the framework of the linearized Nambu-Jona-Lasinio type Lagrangian.

In the Chapter III the new deuteron - proton sum rule is derived, by means of which and data on the corresponding physical quantities in the sum rule the mean - square - charge radius of the deuteron is numerically evaluated to be in a satisfactory agreement with the dispersion relations prediction.

In the Chapter IV by means of the special Lagrangian of the quark - meson interactions the decay width of $\phi \rightarrow f_0(980)\gamma$ and the total cross - section of the $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \phi f_0(980)$ process is predicted.

In the last Chapter V we have tried to solve the conflict between the measured and theoretically predicted branching ratio of the process $\pi^0 \rightarrow e^+e^-$ decay by the inclusion of the double - logarithmic QED radiative corrections. Despite of the latter, the discrepancy between the theoretical prediction and the experimental result for the $\pi^0 \rightarrow e^+e^-$ decay was not removed and further independent experimental and theoretical efforts have to be continued.